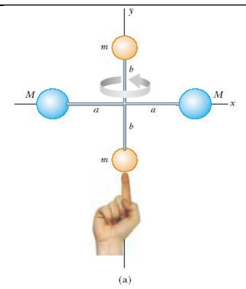
KATEDRA FIZYKI

WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA

PRACOWNIA
MECHANIKI



ĆWICZENIE NR M-8

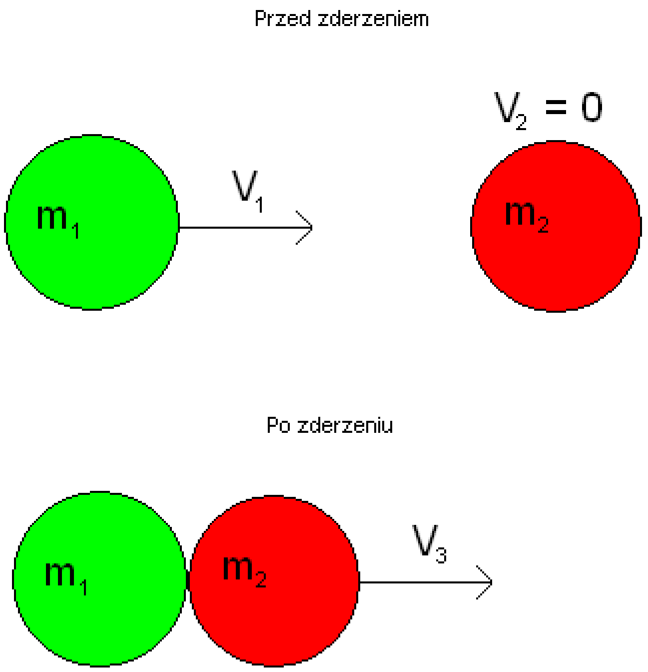
WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI LOTU CIAŁA ORAZ STRAT ENERGII MECHANICZNEJ PRZY POMOCY WAHADŁA BALISTYCZNEGO

I. Zagadnienia do opracowania

1. Zasady zachowania pędu i energii.
2. Zderzenia ciał.
3. Metoda wahadła balistycznego w określaniu prędkości lotu ciał.

II. Wprowadzenie teoretyczne

Dokonanie pomiaru prędkości lecącego ciała w sposób bezpośredni nie jest trywialnym zagadnieniem, w sytuacji gdy ciało to osiąga stosunkowo dużą prędkość. Z tego względu stosuje się metody pośrednie. W jednej z takich metod wykorzystywane jest zjawisko niesprężystego zderzenia ciał. Sytuację taką przedstawiono na Rys. 1.



Rys.1. Zderzenie niespężyste ciał

Niech lecące leżące ciało zderzy się idealnie niesprężyście z innym ciałem o znacznie większej masie. Obie połączone zaczną się poruszać z prędkością tyle razy mniejszą od prędkości badanego ciała, ile razy jego masa jest mniejsza od masy większego ciała (wynika to z zasady zachowania pędu). Tą już znacznie mniejszą prędkość jest już łatwo określić i na podstawie jej znajomości obliczyć szukaną prędkość badanego ciała.

Zderzenia tego typu opisać można najprościej za pomocą zasady zachowania pędu.

Całkowity pęd w sytuacji przed zderzeniem można zapisać w następujący sposób:

$$p_1 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \tag{1}$$

Z racji, że V_2=0 równanie (1) przyjmuje postać:

$$p_1 = m_1 V_1 \tag{2}$$

Całkowity pęd po zderzeniu opisywany jest poniższym równaniem:

$$p_2 = (m_1 + m_2) V_3 \tag{3}$$

Z zasady zachowania pędu wiemy, że pęd początkowy i końcowy muszą być sobie równe. Zatem:

$$p_1 = p_2 \tag{4}$$

Podstawiając do równania (4) równania (2) i (3) otrzymujemy:

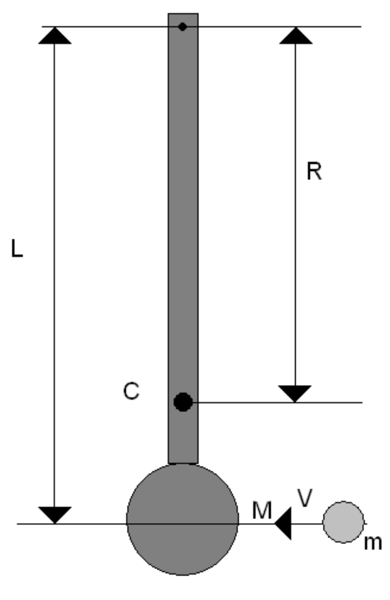
$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_3 \tag{5}$$

Z równania (5) możliwe jest wyznaczenie prędkości ciała V_1:

$$V_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} V_3 \tag{6}$$

Przedstawiona idea ma zastosowanie w metodzie wahadła balistycznego.

Wahadło balistyczne jest to ciało o dużej masie M zawieszone na długim ramieniu. W naszym przypadku wahadło stanowi ciężkie metalowe ramię umocowane obrotowo na jednym końcu. Drugi koniec obciążony jest dodatkowo obciążony ciężarkami zamocowanymi poniżej specjalnego koszyka posiadającego zaczep do wyłapywania wystrzeliwanych z wyrzutni kul o masie m z prędkością V_w. Na Rys. 2 przedstawiono schemat wahadła balistycznego.



Rys. 2. Schemat wahadła balistycznego

Stanowisko laboratoryjne wyposażone jest w sprężynową wyrzutnię kul o trzech stopniach nastawienia siły wyrzutu. Lecąca poziomo kula o masie m uderza w koszyk wahadła i jest w nim zatrzymywana. Zderzenie to traktuje się jako idealnie niesprężyste. W celu wyznaczenia prędkości v kuli stosuje się prawo zachowania momentu pędu

$$LmV_w = R(m+M)V \tag{7}$$

Ze wzoru (7) można wyznaczyć szukaną prędkość v:

$$V_w = \frac{m+M}{m}\frac{R}{L}V \tag{8}$$

Prędkość V jaką uzyskuje środek ciężkości ramienia w chwili tuż po uderzeniu kuli można wyznaczyć z prawa zachowania energii napisanego dla środka ciężkości. Nabyta po zderzeniu energia kinetyczna w miarę odchylania się wahadła od pionu, przekształca się w energię potencjalną, aż przy maksymalnym wychyleniu o kąt φ proces ten dobiegnie końca i wahadło zatrzymuje się. W tym momencie środek ciężkości wahadła znajduje się na wysokości h. Sytuację ta opisywana jest zależnością:

$$\frac{(m+M)V_w^2}{2} = (m+M)gh \tag{9}$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$V_w^2 = 2gh \tag{10}$$

gdzie: g – przyśpieszenie ziemskie, h – przyrost wysokości uzyskany w wyniku maksymalnego wychylenia wahadła.

Pomiędzy wysokością h i kątem φ istnieje prosta zależność:

$$h = R[1-\cos(\phi)] = 2R\sin^2\frac{\phi}{2} \tag{11}$$

Zastosowanie w eksperymencie laboratoryjnym urządzenie zaopatrzone jest w specjalną wskazówkę, która zapamiętuje maksymalne wychylenie wahadła i pozwala z dużą dokładnością odczytać kąt φ.
Uwzględniając wyrażenia (10) i (11) wyrażenie (8) przyjmie nową postać:

$$V_w = 2\frac{(m+M)}{m}\frac{R}{L}\sqrt{gR}\sin\frac{\phi}{2} \tag{12}$$

III. Zestaw pomiarowy

Zestaw pomiarowy stanowi układ wahadła balistycznego firmy PHYWE wraz z kilkoma rodzajami kul.

Na Rys. 3 przedstawiono zdjęcie stanowiska laboratoryjnego.

Rys. 3. Układ pomiarowy

IV. Przebieg ćwiczenia

1. Zaznajomić się z układem pomiarowym.
2. Włączyć urządzenie do sieci elektrycznej.
3. Wyzerować prędkościomierz przyciskiem RESET.
4. Umieścić okrągłą kulę w wyrzutni.
   (UWAGA!!! Stosować wyłącznie kule zamieszczone w zestawie dostarczonym wraz z wahadłem przez producenta).
   Koniec iglicy wyrzutni jest namagnesowany. Do niego należy przyczepić kulkę zwracając pilną uwagę na to aby była ona umieszczona współosiowo z iglicą!.
5. Naciągnąć wyrzutnię do pierwszego stopnia i zabezpieczyć zastawką.
6. Ustawić wskaźnik końcowego wychylenia wahadła w pozycji pionowej 0^{o}.
7. Pociągnąć za zawleczkę w celu zwolnienia zastawki. Po strzale wyrzutnia grzęźnie w koszu wahadła.
8. Odczytać kąt φ końcowego wychylenia wahadła oraz prędkość V_o wyświetlaną przez prędkościomierz. Wyniki wpisać do tabeli pomiarowej.
9. Powtórzyć dziesięciokrotnie procedurę od punktu 3 do 8.

10. Powtórzyć czynności od punktu 3 do 9 stosując naciągi zastawki drugiego i trzeciego stopnia.
11. Powtórzyć pomiary dla drugiej kulki.

V. Tabela pomiarowa

m =			M =			R =			L =		
	L.p.	ϕ [^{o}]	ϕ [rad]	$\phi_{śr}$ [rad]	V_o [m/s]	$V_{ośr}$ [m/s]	V_w [m/s]	ΔE [J]	$\Delta\phi$ [rad]	ΔV_w [m/s]	$\delta(\Delta E)$ [J]
Naciąg I stopnia	1.										
	2.										
	3.										
	4.										
	5.										
	6.										
	7.										
	8.										
	9.										
	10.										
Naciąg II stopnia	1.										
	2.										
	3.										
	4.										
	5.										
	6.										
	7.										
	8.										
	9.										
	10.										
Naciąg III stopnia	1.										
	2.										
	3.										
	4.										
	5.										
	6.										
	7.										
	8.										
	9.										
	10.										

VI. Opracowanie wyników

1. Z każdej serii pomiarowej obliczyć średnią arytmetyczną kąta ϕ .
2. Dane potrzebne do obliczeń:

m_d = 11,9 g	m_s = 32,6 g	Δm = 0,1 g
M = 92,6 g	R = 180 mm	L = 240 mm
ΔM = 0,1 g	ΔR = 2 mm	ΔL = 2 mm

gdzie: m_d – masa kulki drewnianej; m_s – masa kulki stalowej; M – masa wahadła; R – odległość środka ciężkości od osi obrotu; L – odległość punktu wychwytu od osi obrotu.

3. Korzystając ze wzoru (12) wyznaczyć trzy zastosowane prędkości kuli V_w.
4. Obliczyć straty energii ΔE powstałe podczas zderzenia niesprężystego dla każdej odczytanej prędkości kuli, korzystając ze wzoru.

$$\Delta E = \frac{mV_o^2}{2} - 2(m+M)gR\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \tag{13}$$

5. Na papierze milimetrowym narysować wykres zależności $V_w = f(\phi)$ wraz z błędami.
6. Porównać odczytane wyniki prędkości V_o z wyznaczoną prędkością V_w.
7. Sformułować wnioski.

VII. Rachunek błędu

1. Niepewność określenia kąta obliczyć metodą Gaussa

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\phi_i - \bar{\phi})^2}{n(n-1)}} \tag{14}$$

2. Niepewność prędkości ΔV_w wyznaczyć metodą różniczki zupełnej.

$$\Delta V_w = \left|\frac{\partial V}{\partial m}\right||\Delta m| + \left|\frac{\partial V}{\partial M}\right||\Delta M| + \left|\frac{\partial V}{\partial R}\right||\Delta R| + \left|\frac{\partial V}{\partial L}\right||\Delta L| + \left|\frac{\partial V}{\partial \phi}\right||\Delta\phi| \tag{15}$$

$$\Delta V_w = \left|-2\frac{M}{m^2}\frac{R\sqrt{gR}}{L}\sin\frac{\phi}{2}\right||\Delta m| + \left|2\frac{R\sqrt{gR}}{mL}\sin\frac{\phi}{2}\right||\Delta M| +$$
$$+\left|\frac{m+M}{mL}\sqrt{\frac{g}{R}}\sin\frac{\phi}{2}\right||\Delta R| + \left|-2\frac{m+M}{m}\frac{R\sqrt{gR}}{L^2}\sin\frac{\phi}{2}\right||\Delta L| + \left|\frac{m+M}{m}\frac{R\sqrt{gR}}{L}\cos\frac{\phi}{2}\right||\Delta\phi| \tag{16}$$

3. Niepewność strat energii δ(ΔE) wyznaczyć metodą różniczki zupełnej

$$\delta(\Delta E) = \left|\frac{\partial(\Delta E)}{\partial m}\right||\Delta m| + \left|\frac{\partial(\Delta E)}{\partial M}\right||\Delta M| + \left|\frac{\partial(\Delta E)}{\partial R}\right||\Delta R| + \left|\frac{\partial(\Delta E)}{\partial \phi}\right||\Delta\phi| \tag{17}$$

$$\delta(\Delta E) = 2\left|\frac{V_0^2}{2} - 2gR\sin^2\frac{\phi}{2}\right||\Delta m| + \left|-2gR\sin^2\frac{\phi}{2}\right||\Delta M| +$$
$$+\left|-2(m+M)g\sin^2\frac{\phi}{2}\right||\Delta R| + \left|-(m+M)gR\sin\phi\right||\Delta\phi| \tag{18}$$

4. Niepewności względne wyznaczyć ze wzorów:

$$\delta_w\phi = \frac{\Delta\phi}{\bar{\phi}}\cdot 100\% \tag{19}$$

$$\delta_w V_w = \frac{\Delta V_w}{V_w}\cdot 100\% \tag{20}$$

$$\delta_w(\Delta E) = \frac{\delta(\Delta E)}{(\Delta E)}\cdot 100\% \tag{21}$$

Literatura

1. Piekara A.: Mechanika ogólna, PWN, Warszawa 1970r.
2. Kittel C., Knight W.D.,. Ruderman M.A.: Mechanika, PWN, Warszawa 1973r.
3. Massalski J. M.: Fizyka dla inżynierów, część II, WNT, Warszawa 1975r.
4. Stefański K.: Wstęp do mechaniki klasycznej, WN PWN, Warszawa 1999r.
5. Leyko J.: Mechanika ogólna, PWN, Warszawa 2002r.
6. Mizerski W., Żmijewski P., Litwin J., Okołów A., Nowaczek W.: Tablice fizyczno-astronomiczne, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2002r.

Zasada sporządzania wykresów

Prawidłowe opracowanie wyników pomiarów wymaga wykonania odpowiedniego wykresu. Podczas robienia wykresu należy kierować się następującymi zasadami:

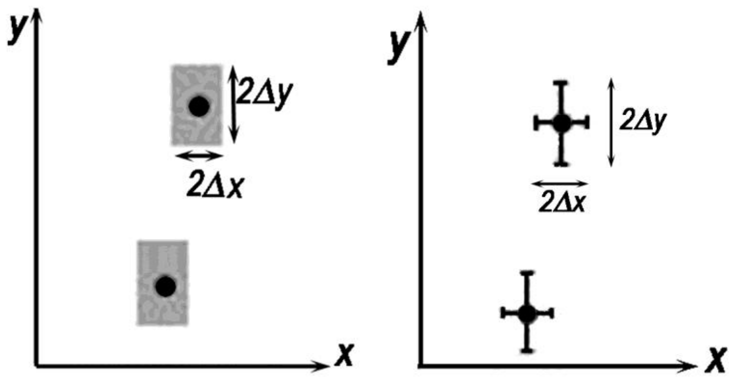
1. Wykres wykonuje się na papierze milimetrowym. Na układzie współrzędnych definiujemy liniowe osie liczbowe w przedziałach zgodnych z przedziałami zmienności wartości X i Y ; oznacza to, że na każdej z osi odkładamy tylko taki zakres zmian mierzonej wielkości fizycznej, w którym zostały wykonane pomiary. Nie ma zatem obowiązku odkładania na osiach punktów zerowych, gdy nie było w ich okolicy punktów pomiarowych (chyba, że w dalszej analizie konieczne będzie odczytanie wartości Y dla X=0). Skalę na osiach układu nanosimy zazwyczaj w postaci równooddalonych liczb. Ich wybór i gęstość na osi musi zapewniać jak największą prostotę i wygodę korzystania z nich.

   Na osiach wykresu muszą być umieszczone odkładane wielkości fizyczne i ich jednostki lub wymiary.

2. Punkty nanosimy na wykres tak, by były wyraźnie widoczne, zaznaczamy je kółkami, trójkątami, kwadracikami itp. Na rysunku należy zaznaczyć również niepewności pomiarowe w postaci prostokątów lub odcinków .

   Graficzne przedstawienie niepewności systematycznej:

   Załóżmy, że wartości x i y otrzymane z pomiarów są obarczone odpowiednio niepewnościami Δx i Δy. Oznacza to, że rzeczywiste wartości tych wielkości mieszczą się w przedziałach od $x-\Delta x$ do $x + \Delta x$ oraz od $y-\Delta y$ do $y + \Delta y$. Na wykresie zależności Y(X) przedziały te wyznaczają wokół punktów (x,y) prostokąty o bokach $2\Delta x$ i $2\Delta y$. Niepewności te można również zaznaczać wokół punktu pomiarowego (x,y) poprzez odcinki o długości $2\Delta x$ i $2\Delta y$ (rys.1)



Rys.1 Zaznaczanie niepewności wokół punktów pomiarowych.

   Uwaga: Jeżeli wartość zmiennej X jest dokładnie znana (czyli $\Delta x=0$), to na wykresie zaznaczamy tylko niepewności na osi zmiennej zależnej (na osi y).

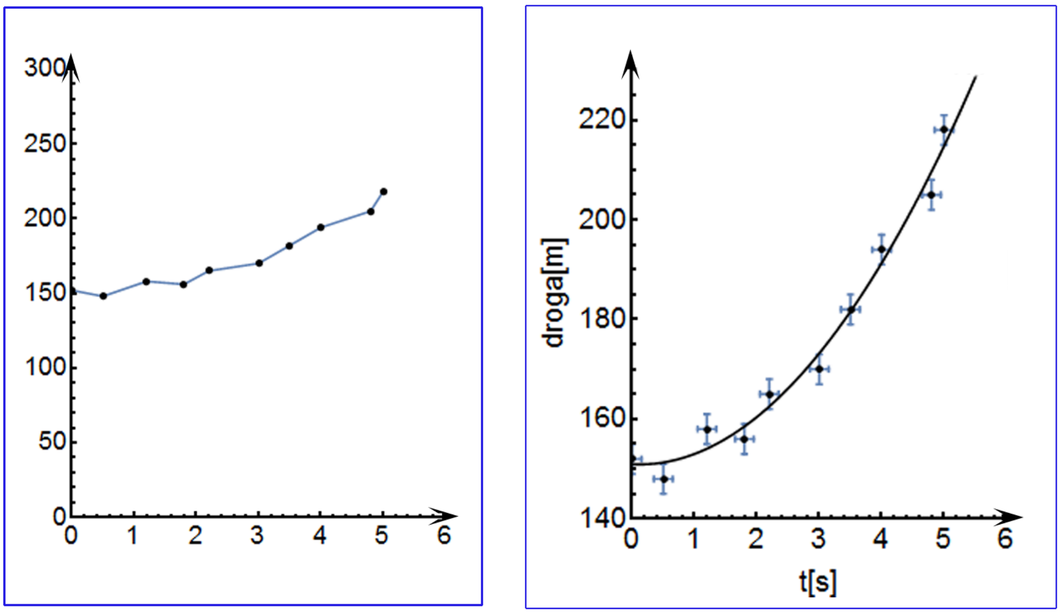
3. Rozmiar wykresu nie jest dowolny i nie powinien wynikać z tego, że dysponujemy takim, a nie innym kawałkiem papieru (na rys.2 arkusz papieru milimetrowego zaznaczony jest kolorem niebieskim). Rozmiar powinien być określony przez niepewności pomiarowe tych

wielkości, które odkłada się na osiach. Niepewność ta powinna w wybranej skali być odcinkiem o łatwo zauważalnej, znaczącej długości .

4. Następnie prowadzimy odpowiednią krzywą (nie może to być linia łamana!) tak, by przecinała w miarę możliwości punkty pomiarowe, ale nie należy dążyć do tego, aby przechodziła ona przez wszystkie punkty, ponieważ każdy z nich obarczony jest niepewnością. W przypadku dużych rozrzutów staramy się, by ilość punktów poniżej i powyżej krzywej była zbliżona- w ten sposób uśredniamy graficznie wyniki pomiarów. W przypadku zależności nieliniowych korzystamy z krzywików.

5. Każdy rysunek powinien być podpisany. Etykieta wykresu wyjaśnia, co rysunek zawiera, co reprezentują zaznaczone krzywe.

PODSUMOWANIE:



zły wykres *dobry wykres*

Rys.2

7.