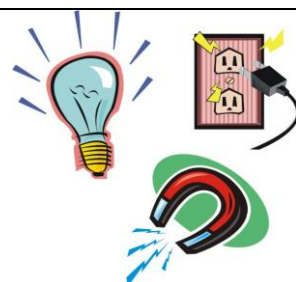


KATEDRA FIZYKI

***WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA***



***PRACOWNIA
ELEKTRYCZNOŚCI I MAGNETYZMU***



ĆWICZENIE NR E-17

***WYZNACZANIE STAŁEJ DIELEKTRYCZNEJ
RÓŻNYCH MATERIAŁÓW***

I. Zagadnienia do przestudiowania

1. Prawa elektrostatyki
2. Stała dielektryczna (przenikalność elektryczna)
3. Pojemność kondensatora płaskiego
4. Polaryzacja dielektryka

II. Wstęp teoretyczny

Energię możemy magazynować w postaci energii potencjalnej np. przez rozciąganie cięciwy łuku, ściskanie sprężyny, sprężanie gazu lub podnoszenie w górę przedmiotu. Można też magazynować energię w postaci energii potencjalnej w polu elektrycznym i właśnie do tego celu służy kondensator.

W dzisiejszej dobie elektroniki i mikroelektroniki kondensatory mają wiele innych zastosowań niż magazynowanie energii potencjalnej. Są one na przykład istotnymi elementami w obwodach, które służą do dostrajania nadawczej i odbiorczej aparatury radiowej i telewizyjnej. Mikroskopijne kondensatory tworzą pamięci komputerów. Te bardzo małe urządzenia są wtedy ważne nie ze względu na zmagazynowaną w nich energię, ale ze względu na informację binarną, jakiej dostarcza obecność lub brak pola elektrycznego.

Typowy układ zwany kondensatorem płaskim składa się z dwóch równoległych, przewodzących okładek o polu powierzchni S , umieszczonych w odległości d . Symbol jakiego używamy do oznaczenia kondensatora ($\text{---}||\text{---}$) wzorowany jest na budowie kondensatora płaskiego, lecz stosujemy go do oznaczenia kondensatorów o dowolnej geometrii.

Gdy kondensator jest naładowany, jego okładki, mają ładunki $+Q$ i $-Q$ o jednakowych wartościach, lecz przeciwnych znakach. Ładunkiem kondensatora nazywa się Q czyli bezwzględną wartość ładunków na okładkach (Q nie jest całkowitym ładunkiem na kondensatorze, bo taki wynosi zero). Okładki kondensatora są przewodnikami, a więc są powierzchniami ekwipotencjalnymi (wszystkie punkty na okładce mają ten sam potencjał elektryczny). Różnica potencjałów między dwiema okładkami oznaczana jest jako U . Ładunek Q i różnica potencjałów U dla kondensatora są do siebie proporcjonalne, zgodnie ze wzorem:

$$Q = C \cdot U \quad 1$$

Stałą proporcjonalności C nazywamy pojemnością kondensatora. Jej wartość zależy od geometrii okładek, a nie od ich ładunku, czy różnicy potencjałów. Pojemność jest miarą ilości ładunku, jaki należy umieścić na okładkach, aby wytworzyć pewną różnicę potencjałów między nimi: im większa pojemność, tym więcej potrzeba ładunku.

Jednostką pojemności w układzie SI jest farad (F):

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ kulomb na volt} = 1 \text{ C/V}$$

W praktyce używa się podwielokrotności F: mikrofarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) lub pikofarad ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$).

Do zjawisk elektrostatycznych stosuje się dwa prawa elektrostatyki, które w postaci całkowej równań Maxwell'a (w przypadku statycznym) można zapisać w postaci:

$$\oiint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad 2$$

$$\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad 3$$

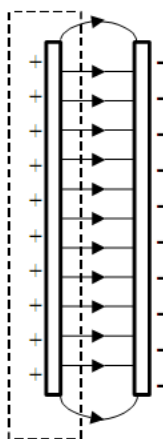
gdzie \vec{E} jest natężeniem pola elektrycznego, Q – ładunkiem zawartym w obszarze ograniczonym zamkniętą powierzchnią s , ϵ_0 – przenikalnością dielektryczną próżni, natomiast Γ dowolną zamkniętą pętlą.

Równanie (2) jest prawem Gaussa, które wiąże ze sobą natężenie pola elektrycznego między okładkami kondensatora i ładunek Q zgromadzony na każdej z okładek.

Różnica potencjałów U może być definiowana jako praca na jednostkę ładunku dodatniego wykonana przy przenoszeniu go pomiędzy ujemną i dodatnią okładką kondensatora. Tę zależność możemy zapisać, wykorzystując wzór (3), jako:

$$U = \int_{-}^{+} E dl \quad 4$$

gdzie „-” i „+” oznacza, że tor całkowania zaczyna się na okładce ujemnej i kończy na okładce dodatniej.



Rys. 1. Schematyczny obraz linii sił pola elektrycznego w kondensatorze płaskim wypełnionym powietrzem.

Jeśli przyjmiemy, że powierzchnia Gaussa obejmuje całkowicie ładunek na dodatniej okładce kondensatora (rys. 1), wówczas wzór (2) przyjmuje postać:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = ES$$

5

gdzie S jest polem powierzchni okładki.

Dla takiego przypadku wzór (4) przyjmuje postać:

$$U = \int_{-}^{+} Edl = E \int_0^d dl = Ed$$

6

We wzorze (6) natężenie pola E można wyłączyć przed znak całki, bo jest stałe; druga całka jest równa odległości d między okładkami kondensatora.

Przyrównując ze sobą natężenie pola E ze wzorów (5) i (6) otrzymamy zależność:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{U}{d} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 \frac{S}{d} U$$

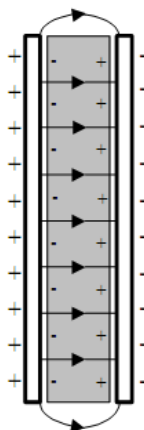
7

Łącząc (1) i (7) otrzymujemy wzór na pojemność kondensatora:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

8

Widać, że pojemność zależy tylko od wielkości geometrycznych, a mianowicie pola powierzchni okładki S i odległości d między okładkami. Widać również, że pojemność C wzrasta, jeśli zwiększamy pole powierzchni okładki S lub zmniejszymy odległość d .



Rys. 2. Schematyczny obraz linii sił pola elektrycznego w kondensatorze płaskim wypełnionym dielektrykiem.

Pole elektryczne zmienia się po umieszczeniu materiału izolacyjnego (dielektryka) pomiędzy okładkami kondensatora. W dielektryku nie występują swobodne ładunki, jak to ma miejsce w przewodnikach. W zewnętrznym polu elektrycznym, pierwotnie nie spolaryzowane cząsteczki dielektryka, wskutek deformacji powłok elektronowych, stają się stacjonarnymi dipolami ułożonymi zgodnie z liniami sił pola – w rezultacie, dielektryk wykazuje pewien powierzchniowy ładunek

przeciwnego znaku niż ładunek na okładkach kondensatora. Skutkiem polaryzacji dielektryka (rys. 2) natężenie pola elektrycznego maleje w nim w porównaniu do pola, jakie wystąpiłoby w próżni (powietrzu) i wynosi:

$$\vec{E}_{\text{dielektryk}} = \frac{\vec{E}_{\text{próżn}}}{\epsilon_r} \quad 9$$

gdzie ϵ_r jest tzw. względną przenikalnością dielektryczną materiału dielektryka.

Wzór (7) opisujący zależność ładunku Q na kondensatorze od przyłożonego napięcia U oraz wzór (8) na pojemność C kondensatora wypełnionego powietrzem (próżnią) przyjmują teraz postać (po uwzględnieniu (9)):

$$Q_d = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot U \quad 10$$

$$C_d = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \quad 11$$

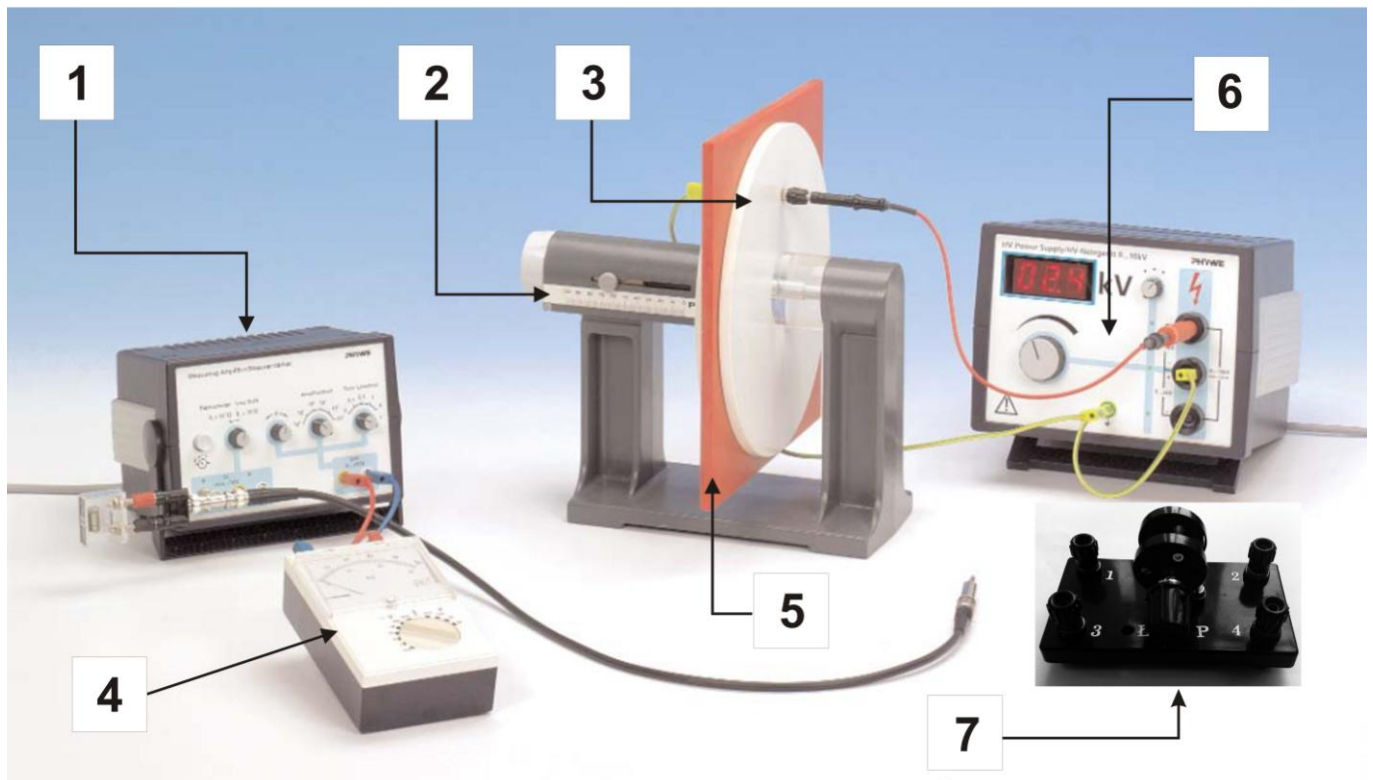
III. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie przenikalności elektrycznej powietrza i płyty wykonanej z dielektryka oraz wyznaczenie pojemności kondensatora płaskiego wypełnionego powietrzem i dielektrykiem.

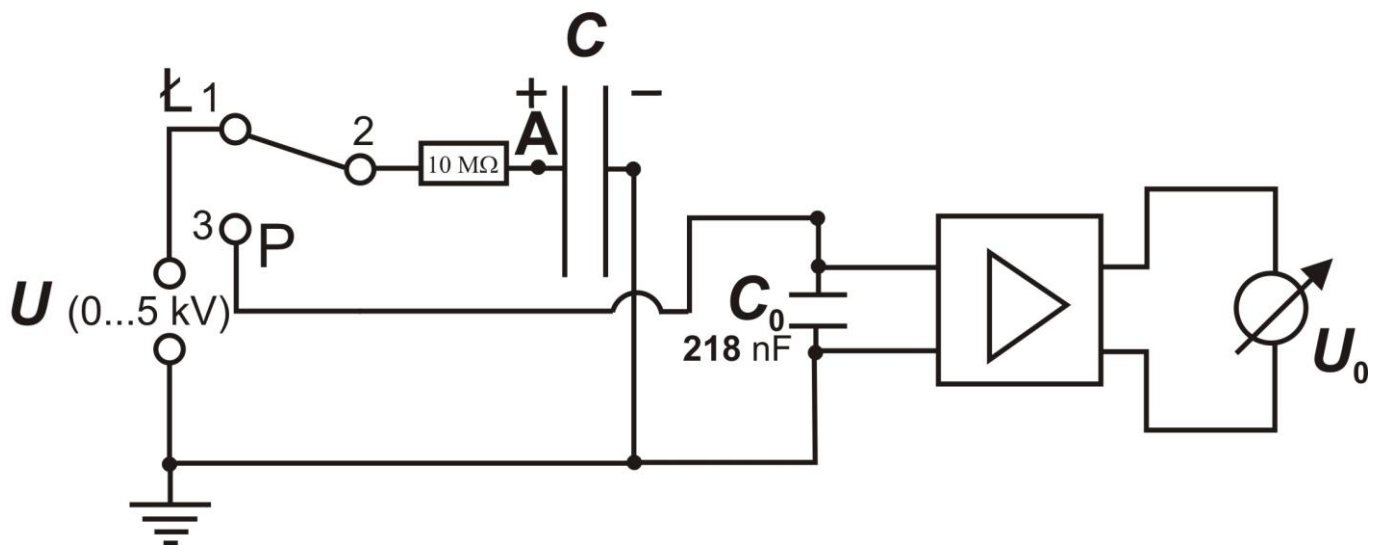
IV. Aparatura pomiarowa

Aparatura stosowana w ćwiczeniu i pokazana na zdjęciu (rys. 3) składa się z:

1. wzmacniacza z kondensatorem $C_0 = 218 \text{ nF}$,
2. regulatora odległości między okładkami,
3. badanego kondensatora C o promieniu okładek $r = 13 \text{ cm}$,
4. miernika napięcia U_0 ,
5. badanego dielektryka,
6. zasilacza wysokiego napięcia
7. przełącznika Ł-P (przełącza układ między trybem ładowania kondensatora Ł i trybem pomiaru P).



Rys. 3. Aparatura pomiarowa do wyznaczenia stałej dielektrycznej.



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego.

Zasada pomiaru

Silnie izolowana płyta (gniazdo A na rysunku 4) kondensatora płaskiego C , który tworzą dwie kołowe tarcze metalowe o średnicy 26 cm, podłączona jest do górnego gniazda wysokonapięciowego zasilacza poprzez $10\text{ M}\Omega$ rezystor zabezpieczający. Środkowe gniazdo wysokonapięciowego zasilacza, druga (ujemnie naładowana) płyta kondensatora i kondensator pomiarowy C_0 są uziemione.

Przełącznik Ł-P ustawić w pozycji Ł - ładowanie. Po naładowaniu kondensatora płaskiego C wybranym napięciem U ustawić przełącznik Ł-P w pozycję P - pomiar. W ramach bezpieczeństwa, po przełączeniu układu w tryb pomiaru, pokręteł zasilacza zmniejszamy napięcie do zera. Pomiar ładunku

na kondensatorze C odbywa się poprzez zmierzenie napięcia U_0 na zaciskach kondensatora C_0 , a następnie skorzystanie z zależności przybliżonej:

$$Q = U_0 \cdot C_0$$


która jest obarczona zanedbywalnym błędem systematycznym (poniżej 0,25%) w przypadku odległości d pomiędzy okładkami większej od 0,1 cm, pojemności $C_0 = 218$ nF oraz powierzchni płyt $S = \pi \cdot r^2 = 0,0531 \text{ m}^2$.

V. Przebieg ćwiczenia

UWAGA!!! Podczas wykonywania ćwiczenia zabrania się dotykać nieizolowanych części zestawu pomiarowego.

Sprawdzić ustawienia wzmacniacza pomiarowego: rezystancja $\geq 10^{13} \Omega$, wzmocnienie $- 10^0$, stała czasowa $- 0$.


Pomiary dla stałej odległości d między okładkami kondensatora C :

1. Przełącznik Ł-P ustawić w pozycji Ł – ładowanie.
2. Ustawić stałą odległość d pomiędzy okładkami z przedziału 0,2 – 0,5 cm.
3. Naładować kondensator do napięcia początkowego $U = 0,5$ kV.
4. Przełącznik Ł-P ustawić w pozycję P i zmniejszyć pokrętkiem zasilacza napięcie do zera.
5. Po ustaleniu równowagi odczytać napięcie U_0 za pomocą miernika (zakres miernika dobrać tak, żeby odczytywana wartość była za połową zakresu).
6. Wyzerować miernik przyciskiem .
7. Przeprowadzić kolejne pomiary zwiększając napięcie zasilające U o 0,5 kV do wartości 5 kV. Wyniki wpisać do tabeli nr 1.
8. Powtórzyć pomiary opisane w punktach 2-5 dla kondensatora szczelnie wypełnionego dielektrykiem (plastikowa płyta).

Uwaga: przed zamontowaniem płyty między okładkami rozładować kondensator i wyłączyć zasilacz wysokonapięciowy.

Odległość d między okładkami kondensatora odczytać z podziałki noniusza z dokładnością do 0,01 cm. Przed odczytaniem napięcia U_0 odczekać 60 sekund na ustalenie równowagi. Wyniki wpisać do tabeli nr 2.

Pomiary dla stałego napięcia zasilającego U :

1. Przełącznik Ł-P ustawić w pozycji Ł – ładowanie.
2. Ustawić początkową odległość pomiędzy okładkami kondensatora C $d = 0,2$ cm.
3. Ustawić napięcie U zasilające kondensator płaski na poziomie wybranej wartości z przedziału 2,0 – 5,0 kV.
4. Naładować kondensator do ustalonego wcześniej napięcia.
5. Przełącznik Ł-P ustawić w pozycję P i zmniejszyć pokrętkiem zasilacza napięcie do zera.
6. Po ustaleniu równowagi odczytać napięcie U_0 za pomocą miernika (zakres miernika dobrać tak, żeby odczytywana wartość była za połową zakresu).
7. Wyzerować miernik przyciskiem .
8. Przeprowadzić kolejne pomiary zwiększając odległość między okładkami kondensatora o 0,05 cm do wartości 0,65 cm. Wyniki wpisać do tabeli nr 3.

VI. Tabele pomiarowe

Tabela 1. Wyniki pomiarów przy stałej odległości d między okładkami dla powietrza

U [kV]	U_0 [V]	$Q = U_0 \cdot C_0$ [nA·s]
0,5		
1,0		
...		
4,5		
5,0		

$d = \dots\dots\dots$ [cm]

$C_0 = 218$ nF

Współczynniki wyznaczone przy użyciu programu „REGRESJA”:

$a_1 = \dots\dots\dots$ [...]

$\sigma_{a1} = \dots\dots\dots$ [...]

$b_1 = \dots\dots\dots$ [...]

$\sigma_{b1} = \dots\dots\dots$ [...]

Tabela 2. Wyniki pomiarów dla kondensatora wypełnionego dielektrykiem (plastikowa płyta)

U [kV]	U_0 [V]	$Q = U_0 \cdot C_0$ [nA · s]
0,5		
1,0		
...		
4,5		
5,0		

$$d = \dots\dots\dots \text{ [cm]}$$

$$C_0 = 218 \text{ nF}$$

Współczynniki wyznaczone przy użyciu programu „REGRESJA”:

$$a2 = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$\sigma_{a2} = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$b2 = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$\sigma_{b2} = \dots\dots\dots [\dots]$$

Tabela 3. Wyniki pomiarów przy zadanej wartości napięcia zasilającego dla powietrza

d [cm]	U_0 [V]	$1/d$ [cm ⁻¹]	$Q = U_0 \cdot C_0$ [nA · s]
0,2			
0,25			
...			
0,60			
0,65			

$$U = \dots\dots\dots \text{ [kV]}$$

$$C_0 = 218 \text{ nF}$$

Współczynniki wyznaczone w programie „REGRESJA”:

$$a3 = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$\sigma_{a3} = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$b3 = \dots\dots\dots [\dots]$$

$$\sigma_{b3} = \dots\dots\dots [\dots]$$

Tabela 4. Wyniki pomiarów dla stałej odległości d między okładkami kondensatora

<i>Dla powietrza</i>		<i>Dla plastiku</i>	
$(C_{pow} \pm \Delta C_{pow})$ [pF]		$(C_{plas} \pm \Delta C_{plas})$ [pF]	
$(\varepsilon_{pow} \pm \Delta \varepsilon_{pow})$ [$\frac{pF}{m}$]		$(\varepsilon_{plas} \pm \Delta \varepsilon_{plas})$ [$\frac{pF}{m}$]	

Tabela 5. Wyniki pomiarów dla stałej wartości napięcia zasilającego U

<i>Dla powietrza</i>	
$(C_{pow} \pm \Delta C_{pow})$ [pF]	
$(\varepsilon_{pow} \pm \Delta \varepsilon_{pow})$ [$\frac{pF}{m}$]	

VII. Opracowanie ćwiczenia

1. Na podstawie wyników pomiarów (zamieszczonych w tabelach nr 1 i 2) sporządzić na papierze milimetrowym (format A4) wykresy zależności $Q = f(U)$ dla powietrza i plastiku.
2. Wykorzystując równanie nr (1):

$$Q = C \cdot U$$

i podstawiając $C = a$, $Q = y$ i $U = x$ otrzymuje się zależność liniową:

$$y = ax + b$$

3. Wartość współczynnika a i jego odchylenia standardowego σ_a obliczyć metodą najmniejszych kwadratów za pomocą znajdującego się w pracowni komputera wyposażonego w program „REGRESJA”.
4. Znając wartość współczynnika regresji liniowej, który jest zarazem równy pojemności kondensatora ($a = C$), wyznaczyć przenikalność elektryczną dla powietrza (ε_{pow}) i plastiku (ε_{plas}) przy wykorzystaniu wzoru nr (8):

$$\varepsilon = \frac{C \cdot d}{S} = \frac{a \cdot d}{S} \quad 12$$

gdzie: C – pojemność kondensatora, (odpowiednio dla powietrza i dla plastiku), d – odległość między okładkami kondensatora, S – pole powierzchni okładki.

5. Otrzymane wyniki obliczeń wpisać do tabeli nr 4.
(Pamiętać o spełnieniu zasad zaokrągleń wyników)
6. Przenikalność dielektryczna powietrza jest w bardzo dobrym przybliżeniu równa przenikalności dielektrycznej próżni ($\varepsilon_{pow} \approx \varepsilon_0$). Wyznaczyć względną przenikalność dielektryczną plastiku, ze wzoru:

$$\varepsilon_{r(plas)} = \frac{\varepsilon_{plas}}{\varepsilon_0} \quad 13$$

7. Na podstawie wyników pomiarów (zamieszczonych w tabeli nr 3) sporządzić, na papierze milimetrowym (format A4), wykres zależności $Q = f(1/d)$.
8. Współczynnik kierunkowy a_3 liniowej zależności, wykorzystując wzór nr (7), jest równy:

$$a_3 = \varepsilon \cdot S \cdot U \quad 14$$

ponieważ: $Q = \varepsilon \cdot S \cdot U \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow Q = a_3 \cdot \frac{1}{d}$

Wartość współczynnika a_3 i jego odchylenia standardowego σ_{a_3} obliczyć metodą najmniejszych

kwadratów za pomocą znajdującego się w pracowni komputera wyposażonego w program „REGRESJA”.

9. Wykorzystując wzór nr (14), wyznaczyć przenikalność elektryczną dla powietrza ze wzoru:

$$\varepsilon = \frac{a^3}{U \cdot S} \quad 15$$

gdzie: U – napięcie zasilające (napięcie doprowadzone do okładek kondensatora),
 S – pole powierzchni okładki kondensatora.

10. W celu porównania wartości C_{pow} , wyznaczonej obiema metodami pomiarowymi, wyznaczyć pojemność kondensatora (dla odległości d między okładkami przyjętej za stałą w pierwszej części ćwiczenia) korzystając ze wzorów nr (8) i (15):

$$C_{pow} = \frac{a^3}{U \cdot d} \quad 16$$

11. Otrzymane wyniki obliczeń wpisać do tabeli nr 5. (Pamiętać o spełnieniu zasad zaokrągleń wyników)

VIII. Rachunek błędu

1. Korzystając ze wzoru nr (12) oszacować błąd przenikalności elektrycznej (powietrza i plastiku) dla pomiarów przy stałej odległości d między okładkami metodą pochodnej logarytmicznej:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon \cdot \left[\left| \frac{\Delta C}{C} \right| + \left| \frac{\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{-\Delta S}{S} \right| \right] \quad 17$$

gdzie: $\Delta C = \sigma_a$; $C = a$; $\Delta d = 0,1mm$; $\Delta S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r$; $\Delta r = 2mm$.

2. Korzystając ze wzorów nr (16) i (15) oszacować błąd pojemności kondensatora i przenikalności elektrycznej powietrza dla pomiarów przy stałej wartości napięcia zasilającego ze wzorów:

$$\Delta C = C \cdot \left[\left| \frac{\Delta a^3}{a^3} \right| + \left| \frac{-\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{-\Delta d}{d} \right| \right] \quad 18$$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon \cdot \left[\left| \frac{\Delta a^3}{a^3} \right| + \left| \frac{-\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{-\Delta S}{S} \right| \right] \quad 19$$

gdzie: $\Delta a^3 = \sigma_a$; $\Delta U = 0,1kV$; $\Delta d = 0,1mm$; $\Delta S = 2\pi r \Delta r$; $\Delta r = 2mm$.

Literatura

1. Resnick R., Halliday D., Walker J. – Podstawy fizyki, PWN 2005.
2. Orear – Fizyka J., T.1 i T.2, WNT Warszawa 1990
3. Lech J., Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej PCz, Częstochowa 2005.

Zasada sporządzania wykresów

Prawidłowe opracowanie wyników pomiarów wymaga wykonania odpowiedniego wykresu. Podczas robienia wykresu należy kierować się następującymi zasadami:

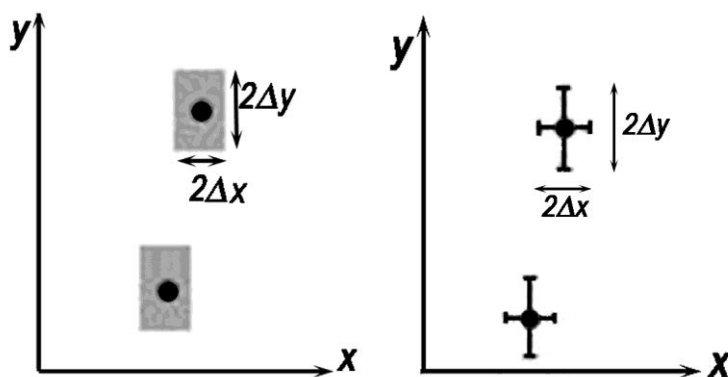
1. Wykres wykonuje się na papierze milimetrowym. Na układzie współrzędnych definiujemy liniowe osie liczbowe w przedziałach zgodnych z przedziałami zmienności wartości X i Y ; oznacza to, że na każdej z osi odkładamy tylko taki zakres zmian mierzonej wielkości fizycznej, w którym zostały wykonane pomiary. Nie ma zatem obowiązku odkładania na osiach punktów zerowych, gdy nie było w ich okolicy punktów pomiarowych (chyba, że w dalszej analizie konieczne będzie odczytanie wartości Y dla $X=0$). Skalę na osiach układu наносimy zazwyczaj w postaci równooddalonych liczb. Ich wybór i gęstość na osi musi zapewniać jak największą prostotę i wygodę korzystania z nich.

Na osiach wykresu muszą być umieszczone odkładane wielkości fizyczne i ich jednostki lub wymiary.

2. Punkty наносimy na wykres tak, by były wyraźnie widoczne, zaznaczamy je kółkami, trójkątami, kwadracikami itp. Na rysunku należy zaznaczyć również niepewności pomiarowe w postaci prostokątów lub odcinków.

Graficzne przedstawienie niepewności systematycznej:

Załóżmy, że wartości x i y otrzymane z pomiarów są obarczone odpowiednio niepewnościami Δx i Δy . Oznacza to, że rzeczywiste wartości tych wielkości mieszczą się w przedziałach od $x - \Delta x$ do $x + \Delta x$ oraz od $y - \Delta y$ do $y + \Delta y$. Na wykresie zależności $Y(X)$ przedziały te wyznaczają wokół punktów (x, y) prostokąty o bokach $2\Delta x$ i $2\Delta y$. Niepewności te można również zaznaczać wokół punktu pomiarowego (x, y) poprzez odcinki o długości $2\Delta x$ i $2\Delta y$ (rys.1)



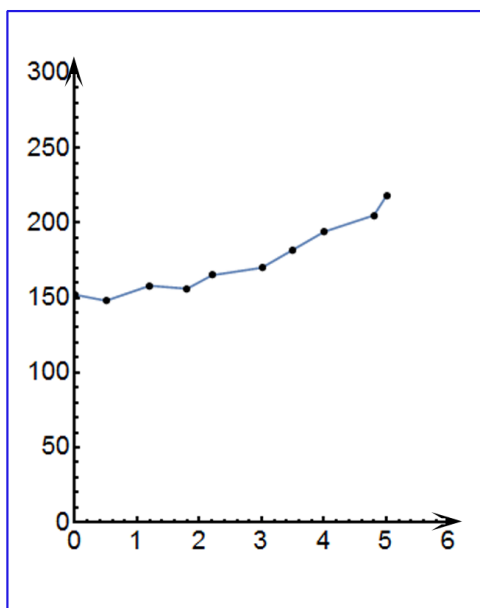
Rys.1 Zaznaczanie niepewności wokół punktów pomiarowych.

Uwaga: Jeżeli wartość zmiennej X jest dokładnie znana (czyli $\Delta x=0$), to na wykresie zaznaczamy tylko niepewności na osi zmiennej zależnej (na osi y).

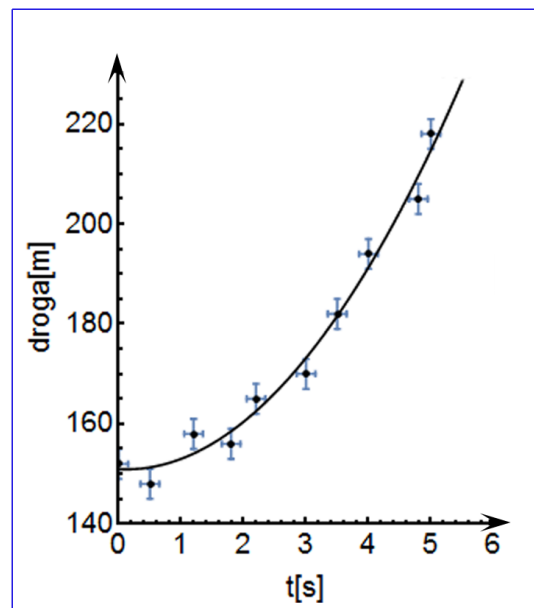
3. Rozmiar wykresu nie jest dowolny i nie powinien wynikać z tego, że dysponujemy takim, a nie innym kawałkiem papieru (na rys.2 arkusz papieru milimetrowego zaznaczony jest kolorem niebieskim). Rozmiar powinien być określony przez niepewności pomiarowe tych wielkości, które odkłada się na osiach. Niepewność ta powinna w wybranej skali być odcinkiem o łatwo zauważalnej, znaczącej długości.

- Następnie prowadzimy odpowiednią krzywą (nie może to być linia łamana!) tak, by przecinała w miarę możliwości punkty pomiarowe, ale nie należy dążyć do tego, aby przechodziła ona przez wszystkie punkty, ponieważ każdy z nich obarczony jest niepewnością. W przypadku dużych rozrzutów staramy się, by ilość punktów poniżej i powyżej krzywej była zbliżona - w ten sposób uśredniamy graficznie wyniki pomiarów. W przypadku zależności nieliniowych korzystamy z krzywików.
- Każdy rysunek powinien być podpisany. Etykieta wykresu wyjaśnia, co rysunek zawiera, co reprezentują zaznaczone krzywe.

PODSUMOWANIE:



zły wykres



dobry wykres

Rys.2

4.