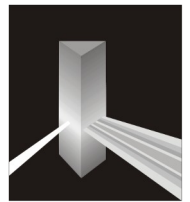


**KATEDRA FIZYKI**

**WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI  
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW  
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA**



**PRACOWNIA OPTYKI**



**ĆWICZENIE NR 0-7**

**POMIAR PROMIENI KRZYWIZNY  
SOCZEWKI PŁASKO-WYPUKŁEJ  
METODĄ PIERŚCIENI NEWTONA**

## I. Zagadnienia do opracowania

1. Zjawisko dyfrakcji i interferencji światła.
2. Doświadczenie Younga. Warunki powstawania minimum i maksimum interferencyjnego.
3. Superpozycja fal, fale spójne, interferencja fal jako szczególny przypadek superpozycji fal.
4. Powstawanie pierścieni Newtona. Wyprowadzić wzór na promień pierścienia Newtona.
5. Regresja liniowa.

## II. Wprowadzenie teoretyczne

### 2.1. Zjawisko interferencji fal

Jeżeli w ośrodku rozchodzą się dwie fale pochodzące z dwóch źródeł to w punkcie, w którym się spotkają, każda z fal wywoła wychylenie od położenia równowagi jakby nie było drugiej fali. Wypadkowe wychylenie będzie, więc sumą geometryczną wychyleń składowych zgodnie z prawem składania małych wychyleń. Pod pojęciem małych wychyleń należy rozumieć wychylenia powodujące odkształcenia ośrodka zgodnie z prawem Hooke'a. Szczególnym przypadkiem nakładania (inaczej superpozycji) się dwóch lub więcej fal jest zjawisko interferencji. Warunkiem wystąpienia zjawiska interferencji fal jest ich spójność (koherentność) tzn. niezmiennosc w czasie przesunięcia fazowego. Oznacza to, że interferujące fale zachowują niezmienną w czasie odległość np. „szczytów”.

Zjawisko to omówimy na przykładzie interferencji dwóch fal płaskich (fala płaska rozchodzi się w jednym kierunku np. wzdłuż osi X), harmonicznym (przy rozchodzeniu się fali harmonicznym każda cząstka ośrodka drga ruchem harmonicznym prostym) o tych samych częstościach kołowych  $\omega$ , długościach fali  $\lambda$  i amplitudach A, biegnących z taką samą prędkością i w tym samym kierunku. Fale te różnią się tylko fazą o kąt  $\varphi$ . Równania tych fal mają postać:

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t - \varphi) = A \sin k\left(x - \frac{\omega t}{k} - \frac{\varphi}{k}\right) \quad (1)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t) = A \sin k\left(x - \frac{\omega t}{k}\right) \quad (2)$$

gdzie  $k = 2\pi/\lambda$  jest wektorem falowym,  $\lambda$  długością fali.

Przesunięcie fazowe o kąt  $\varphi$  oznacza, że np. „szczyty” fal w układzie współrzędnych  $y = f(x)$  są przesunięte względem siebie o odległość  $\Delta x = \varphi/k$ .

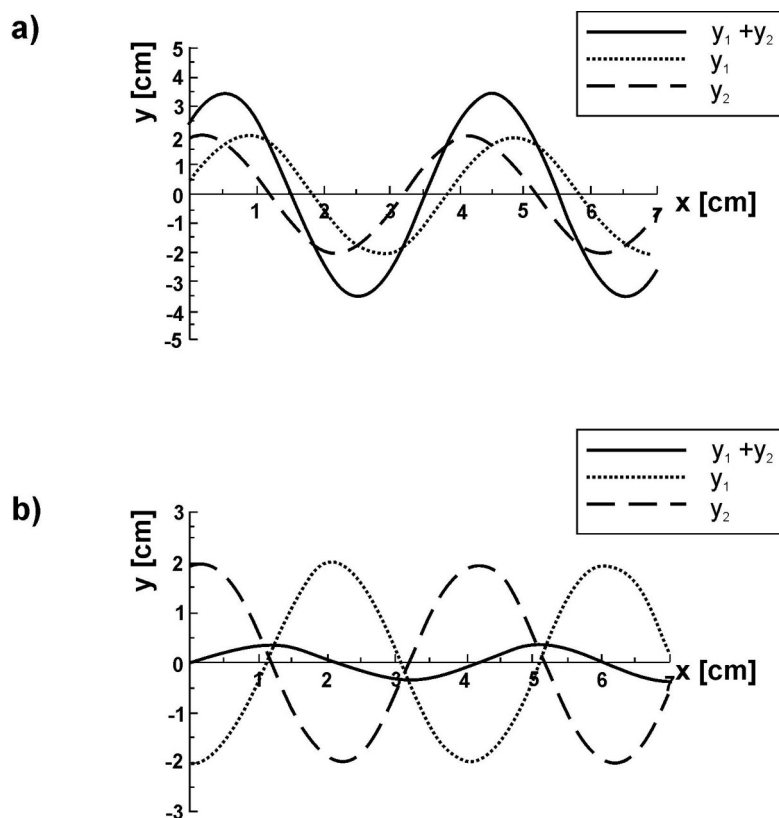
Falę wypadkową opisuje suma równań (1) i (2):

$$y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{\varphi}{2} \sin\left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2}\right) = A \sin\left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (3)$$

Równanie (3) otrzymujemy przez zastosowanie wzoru na sumę sinusów:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (4)$$

Fala wypadkowa posiada tę samą częstość, co fale składowe oraz amplitudę  $A = 2A \cos(\varphi/2)$  zależną od przesunięcia fazowego  $\varphi$ . Na rysunku 1 przedstawiono nakładanie się dwóch fal harmonicznycch dla dwóch przesunięć fazowych  $\varphi = 60^\circ$  i  $170^\circ$ . Jeżeli  $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  mówimy, że fale spotykają się w tych samych fazach (np. „szczyt” jednej fali spotyka się ze „szczytem” drugiej). Amplituda fali wypadkowej osiągnie wartość maksymalną  $A = 2A$  ponieważ  $\cos(\varphi/2) = 1$ . W punkcie, w którym fale spotykają się w tych samych fazach powstaje maksimum interferencyjne. Jeżeli  $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  fale spotykają się w fazach przeciwnych (tj. „szczyt” jednej fali spotyka się z „doliną” drugiej), a amplituda  $A = 0$  ponieważ  $\cos(\varphi/2) = 0$ . W miejscu spotkania się tych fal powstaje minimum interferencyjne.



**Rys. 1. Interferencja fal o tych samych amplitudach, długości i prędkości rozchodzenia się, przesuniętych w fazie o  $60^\circ$  (a) i  $170^\circ$  (b)**

Dla pozostałych wartości  $\varphi$  amplituda fali wypadkowej będzie osiągała wartości pośrednie między 0 i  $2A$ .

Dwie spójne fale świetlne otrzymamy m.in. wtedy, gdy światło wychodzące z punktowego źródła skierujemy na dwie wąskie szczeliny. Różnica faz między falami powstanie z powodu różnicy dróg optycznych, jakie przebiegną te fale do punktu, w którym nastąpi interferencja (drogą optyczną nazywamy iloczyn drogi geometrycznej i bezwzględnej współczynnika załamania  $n$  ośrodka, w którym

rozchodzi się fala; dla powietrza  $n = 1$ ). Maksimum interferencyjne występuje dla  $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi\dots$

oznacza, że różnica dróg  $\Delta s = \frac{\varphi}{k} = \frac{\varphi\lambda}{2\pi}$  przyjmuje wartości  $0, \lambda, 2\lambda, \dots, k\lambda$  gdzie  $k$  jest liczbą całkowitą.

Minimum interferencyjne wystąpi wówczas gdy  $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi\dots$  czyli dla

$$n \cdot \Delta s = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2}, \dots, (2k + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Jeżeli więc różnica dróg optycznych przebytych przez dwie fale świetlne do punktu w którym nastąpi interferencja będzie równa całkowitej wielokrotności długości fali to otrzymamy maksimum interferencyjne:

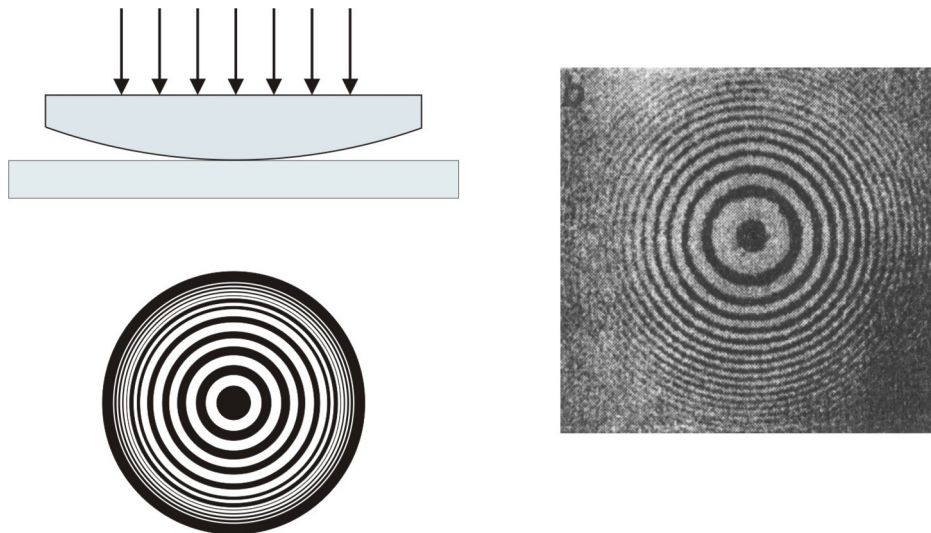
$$n \cdot \Delta s = k\lambda \quad (5)$$

Jeżeli natomiast różnica dróg optycznych będzie równa nieparzystej wielokrotności połówek długości fali, w miejscu nałożenia się fal świetlnych wystąpi minimum interferencyjne:

$$n \cdot \Delta s = (2k + 1) \lambda/2 \quad (6)$$

### III. Zasada pomiaru

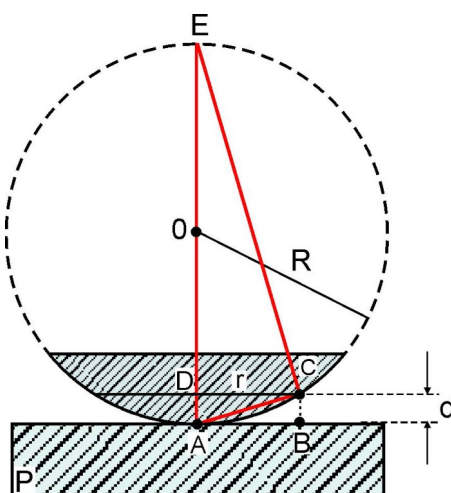
Jednym z przykładów interferencji światła jest powstanie tzw. pierścieni Newtona. Do ich otrzymania stosujemy zestaw płasko – równoległej płytki szklanej i soczewki płasko – wypukłej o promieniu krzywizny rzędu kilku metrów, oświetlonych światłem monochromatycznym (jednobarwnym), padającym prostopadle do powierzchni płytek.



Rys. 2. Pierścienie Newtona

Dla przejrzystości na rys.3 przedstawiono soczewkę o bardzo małym promieniu krzywizny. Należy pamiętać, że w rzeczywistości grubość warstwy powietrza między płytkami jest rzędu kilku długości fali.

Interferencja zachodzi pomiędzy promieniami odbitymi od dolnej powierzchni soczewki (np. w punkcie C) i od górnej powierzchni płytki płasko – równoległej (np. w punkcie B). Prążki interferencyjne odpowiadające jednakowej grubości warstwy powietrza będą tworzyły współśrodkowe okręgi, na przemian jasne i ciemne, zwane pierścieniami Newtona. Ciemny środek oznacza, że w miejscu styku płytek występuje minimum interferencyjne. Promienie odbite od soczewki i płytki płasko – równoległej w miejscu styku mają te same długości drogi optycznej, ale odbicie od płytki zachodzi ze zmianą fazy o  $\pi$ , ponieważ promień światła odbija się od ośrodka optycznie gęstszy (ośrodek o większym współczynniku załamania). Odpowiada to różnicy dróg optycznych równej  $\lambda/2$ .



Rys. 3. Schemat do obliczenia pierścienia Newtona

Przypuśćmy, że w odległości  $r$  od środka pierścieni powstaje prążek ciemny. Oznacza to, że powstanie on w wyniku interferencji dwóch promieni, dla których jest spełniony warunek dany wzorem (6). Promień odbity od górnej powierzchni płytki ma drogę optyczną dłuższą o  $2d$  od drogi promienia odbitego od soczewki wypukłej. Uwzględniając zmianę fazy o  $\pi$  przy odbiciu od płytki, otrzymamy wzór na różnicę dróg optycznych ( $n=1$  dla powietrza):

$$\Delta s = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

Porównując wzory (6) i (7) otrzymujemy:

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = k \frac{\lambda}{2} \quad (8)$$

Z trójkąta prostokątnego ACE (kątem ACE jest prosty, ponieważ jest to kąt wpisany, oparty na średnicy) obliczamy:

$$DC^2 = AD \cdot DE \quad (9)$$

Korzystamy tutaj ze znanego z geometrii twierdzenia, że w trójkącie prostokątnym kwadrat wysokości jest równy iloczynowi odcinków, na które ta wysokość dzieli podstawę. Ponieważ  $DC = r_k$ ,  $AD = d$ ,  $DE = 2R - d$  możemy zapisać:

$$r_k^2 = (2R - d) \cdot d \quad (10)$$

Ponieważ  $d$  możemy zaniedbać w porównaniu z  $R$ , wobec tego:

$$r_k^2 = 2Rd$$

Wykorzystując zależność (8) otrzymujemy:

$$r_k^2 = k\lambda R \quad (11)$$

Zatem: znając promień  $k$  – tego prążka Newtona i długość fali możemy obliczyć promień krzywizny  $R$  soczewki płasko – wypukłej.

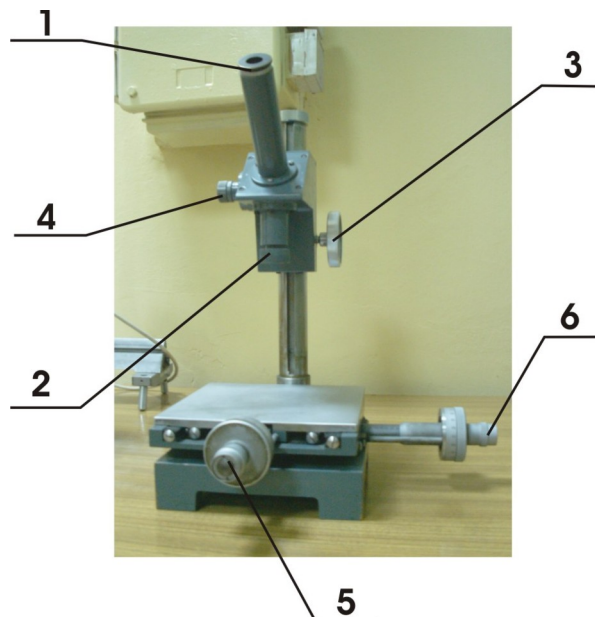
Praktycznie wartość promienia  $R$  wyznaczamy z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. W tym celu zauważmy, że wzór (11) jest szczególną postacią równania prostej  $y = ax + b$ ; gdzie  $y = r^2$ ,  $x = k$ ,  $a = R\lambda \Rightarrow R = a/\lambda$ .

Obliczenia wartości parametrów  $a$  i  $b$  wykonujemy za pomocą programu komputerowego „Regresja”.

W zakończeniu należy podkreślić, że prawidłowy kształt pierścieni Newtona ulega zakłóceniu nawet przy nieznacznych niedokładnościach w obróbce powierzchni sferycznej soczewki i górnej powierzchni płytki. Dlatego obserwacja pierścieni pozwala przeprowadzić szybką i dokładną kontrolę jakości szlifów powierzchni płaskich i soczewek.

#### IV. Zestaw pomiarowy

Mikroskop, zestaw płasko-równoległej płytki szklanej i soczewki płasko-wypukłej, lampa sodowa.



Rys. 4. Mikroskop do obserwacji pierścieni Newtona

W celu wykonania ćwiczenia posługujemy się mikroskopem (rys.4) oraz układem płytek opisanych w poprzednim rozdziale. Światło lampy sodowej pada na soczewkę umieszczoną z lewej strony mikroskopu (4). Po odbiciu od zwierciadła ustawionego pod kątem  $45^\circ$  do pionu, znajdującego się wewnątrz mikroskopu, strumień światła jest kierowany prostopadłe na układ płytek. Powiększony obraz pierścieni obserwujemy w okularze mikroskopu (oznaczony numerem 1 na rys.4). Ostrość pierścieni ustawiamy za pomocą pokrętki 3. W okularze widoczny jest krzyż z nici pajęczej, który możemy ustawić na dowolnym prążku za pomocą śrub mikrometrycznych przymocowanych do stolika mikroskopu (oznaczone przez 5 i 6 na rys.4)

## V. Przebieg ćwiczenia

1. Włączamy do sieci zasilacz lampy sodowej (należy odczekać ok. 10 min., aby lampa rozgrzała się).
2. Kładziemy na stoliku mikroskopu płytkę grubości 25 mm stroną matową do stolika mikroskopu. Na płytkę kładziemy soczewkę, tak, aby strzałka zaznaczona na jej bocznej powierzchni była skierowana ostrzem w dół.
3. Ustawiamy lampę sodową na wprost soczewki 4 (Rys. 4) mikroskopu.
4. Pokrętkiem 3 (Rys. 4) przesuwamy kolumnę mikroskopu tak, aby w polu widzenia ukazał się ostry obraz pierścieni Newtona przy czym w środku powinien znajdować się ciemny prążek.
5. Pokrętkiem 5 i 6 (Rys. 4) śrub mikrometrycznych sprowadzamy środek krzyża nici pajęczej do pokrycia się z środkiem pierścieni.
6. Następnie pokrętkiem 6 (Rys. 4) śruby mikrometrycznej sprowadzamy środek krzyża nici pajęczej do pokrycia się z  $k$ -tym ( $k \geq 5$ ) prążkiem po lewej stronie, następnie po prawej odczytując wskazania mikrometru  $l$  i  $p$ ,  $l - p$  będzie średnicą promienia.
7. Czynność 6 wykonujemy dla 12 różnych pierścieni.
8. Wyniki  $l$  i  $p$  wpisujemy do Tabeli

## VI. Tabela pomiarowa

Numer pierścienia $k$	Wskazania mikrometru		$r_k = \frac{l-p}{2}$ [ $10^{-3}$ m]	$r_k^2$ [ $10^{-6}$ m]	$\lambda$ [ $10^{-6}$ m]	R [m]
	Na lewo $l$ [ $10^{-3}$ m]	Na prawo $p$ [ $10^{-3}$ m]				
6						
7						
.....						
17						

## VII. Opracowanie ćwiczenia

1. Obliczamy wartości  $r_k = \frac{l-p}{2}$  i wpisujemy do odpowiedniej kolumny Tabeli.

2. Wartość promienia R wyznaczamy z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. W tym celu zauważmy, że wzór  $r_k^2 = k\lambda R$  jest szczególną postacią równania prostej  $y = ax + b$ ; gdzie  $y = r_k^2$ ,  $x = k$ ;  $a = R\lambda \Rightarrow R = a/\lambda$ .
3. Wartości a i b prostej  $y = ax+b$  oraz ich odchylenia standardowe  $\sigma_a$  i  $\sigma_b$  obliczamy przy użyciu komputera wyposażonego w program „Regresja” znajdującego się w Pracowni.
4. Następnie przeprowadzamy zaokrąglenie wartości a i b oraz ich odchylenia standardowe  $\sigma_a$  i  $\sigma_b$  zgodnie z obowiązującymi normami.
5. Obliczamy wartość R (wykorzystując zaokrągloną wartość a) ze wzoru:

$$R = \frac{a}{\lambda}$$

uwzględniając długość fali światła stosowanej w ćwiczeniu lampy sodowej  $\lambda = 0,589 \cdot 10^{-6} m$ .

6. Rysujemy prostą  $y = ax+b$  oraz nanosimy na ten wykres punkty pomiarowe z Tabeli.

### **VIII. Rachunek błędów**

1. Obliczamy błąd standardowy  $\sigma_R$

$$\sigma_R = \left| \frac{\partial R}{\partial a} \right| \sigma_a = \frac{1}{\lambda} \sigma_a = \frac{a}{\lambda} \frac{\sigma_a}{a}$$

ostatecznie

$$\sigma_R = R \frac{\sigma_a}{a}$$

2. Zaokrąglamy wartości R i  $\sigma_R$  (zgodnie z normami) i wpisujemy do Tabeli ostateczny wynik.
3. Obliczamy błąd względny.

### **IX. Literatura**

1. J. M. Massalscy „Fizyka dla inżynierów” cz. I, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne WNT, Warszawa 2005r.
2. D. Halliday, R. Resnick, „Fizyka” t. 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
1. B. Jaworski, A. Dietlaf „Kurs fizyki” t. 3
2. T. Dryński "Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki", Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1976r.
3. H. Szydłowski – Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003r.
4. J. Lech – Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Wydział Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej, Częstochowa 2005r.